

# 多极化 SAR 图像斑点抑制综述

周晓光 匡纲要 万建伟

(国防科技大学电子科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘要** SAR(合成孔径雷达)图像斑点抑制一直是 SAR 图像应用中的一个重要课题。近二十几年来,伴随着 SAR 的发展和应,涌现出了大量的斑点抑制算法。这些算法可分为两类:一类是基于单通道数据;另一类是基于多通道数据。对相干斑抑制问题进行了全面系统的研究,并侧重于多极化 SAR 图像的斑点抑制,归纳总结了近十几年来国内外所出现的多极化 SAR 图像斑点抑制算法,并对各种算法的性能进行了分析和比较。

**关键词** SAR 图像 极化 斑点抑制 综述

中图法分类号: TP751.1 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2008)03-0377-09

## A Review of Polarimetric SAR Speckle Reduction

ZHOU Xiao-guang, KUANG Gang-yao, WAN Jian-wei

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

**Abstract** Speckle reduction is always one of the important tasks in the application of SAR (Synthetic Aperture Radar) images. With the development and application of SAR, many speckle filtering algorithms have been proposed aimed at speckle reduction in lately twenties of years. These algorithms can be divided into two categories: one is based on single-channel data, and the other is based on multi-channel data. Comprehensively and systemically, this paper investigates the principles of speckle reduction in polarimetric SAR images. All of the algorithms proposed in recent years are summarized and their performances are analyzed and compared.

**Keywords** SAR image, polarimetric, speckle reduction, review

## 1 引言

SAR(合成孔径雷达)图像的斑点是由散射体回波的相干叠加形成的,严格意义上讲,它不是噪声,而是一种类噪声(noiselike)现象<sup>[1]</sup>,但由于斑点本身能够提供的信息不多(至少目前如此),严重干扰了 SAR 图像的视觉效果和判读理解,更类似于噪声,故一些文献仍称其为相干斑噪声<sup>[1~4]</sup>。为了对 SAR 图像做进一步人工判读或自动图像处理和分析,有必要对斑点进行抑制。从 SAR 的应用开始,斑点抑制就受到广泛的关注。

随着合成孔径雷达技术和信息技术的发展,到目前为止,已经出现了很多种 SAR 图像斑点抑制方

法,其中最经典的方法是多视处理。多视可分为两种:一种是分割合成孔径多普勒频带并对子孔径图像进行平均的方法;另一种是空域平均的方法。这两种方法都能提高辐射分辨率,但前者忽略了 RCS(雷达散射截面)随视角的变化,后者忽略了 RCS 的空间变化,都在一定程度上降低了图像质量。根据所利用信息的丰富程度,已有的斑点抑制算法大致可分为两类:一类是基于单通道(单频、单视角、单极化)图像的斑点抑制;另一类是基于多通道(多频、多视角、多极化)图像的斑点抑制。前一类中比较著名的算法有基于局部统计参数的 Lee 滤波<sup>[5]</sup>、Kuan 滤波<sup>[2]</sup>、Frost 滤波<sup>[3]</sup>以及 Gamma MAP 滤波<sup>[6]</sup>。为了尽可能地保持图像的结构、边缘等细节信息,解决斑点非乘性的问题,并适应窗内像素数据

收稿日期:2006-05-19;改回日期:2006-11-06

第一作者简介:周晓光(1981~),男,2005年于国防科技大学提前攻读博士学位。主要研究 SAR 图像解译。E-mail: shawnchow1981@yahoo.com.cn

的非平稳性,在前面几种传统斑点滤波算法的基础之上,又提出了许多效果更好的方法,典型的有增强的 Lee 滤波、Frost 滤波和 Kuan 滤波<sup>[7]</sup>,以及基于结构检测的统计自适应 MAP 滤波<sup>[8]</sup>等等。近年来,随着多分辨分析和小波技术的发展,出现了许多基于小波变换的滤波方法<sup>[9]</sup>,得益于小波变换的低熵性、多分辨特性、去相关性和选基灵活性,这些方法可以对噪声进行比较好的抑制。

基于多通道图像数据的斑点抑制就是综合利用各个通道的数据来对斑点进行抑制。本文主要研究多极化的情况。与单通道图像一样,极化 SAR 图像斑点抑制最常用最简单的方法依然是多视处理,即协方差矩阵或相干矩阵的平均,这种方法的缺点是平滑了图像结构、边缘等细节信息,一定程度上降低了图像质量。早期的极化 SAR 斑点滤波算法采用不同极化通道之间的相关性对斑点进行抑制(如极化白化滤波等)<sup>[10-13]</sup>,改变了极化通道之间的相关性,滤波以后,理论上所有的极化通道都会变得相关。极化属性的保持对于极化分割、分类是很重要的,在选择斑点滤波算法时,要仔细考虑算法对后续处理过程的影响。为了保持图像数据的极化信息,协方差阵或相干阵的各个元素应该平等且独立地进行滤波,即极化通道间不引入串扰,同时,为了保持图像的质量,滤波要对具有相同散射属性的像素进行。鉴于此,主要以 Lee 为代表的一批学者提出了一些性能比较优良的滤波器<sup>[14-16]</sup>。利用这些滤波器,不但可以对斑点进行抑制,而且还能够保持数据的极化信息,对后续的极化分割、分类及检测等处理过程带来很大的好处。

本文全面系统地研究了 SAR 图像的相干斑抑制问题,并侧重于多极化 SAR 图像的斑点抑制,归纳总结了近十几年来国内外所出现的多极化 SAR 图像斑点抑制算法,并对各种算法的性能进行了分析和比较。

## 2 多极化 SAR 图像斑点乘积模型

1976 年, Arsenault 和 April 证明了相干斑噪声是乘性独立同分布的<sup>[17]</sup>。令  $I$  为观测数据,  $\sigma$  为目标 RCS(或后向散射系数),  $n$  为相干斑噪声,则斑点模型可表示为

$$I = \sigma n \quad (1)$$

SAR 成像的乘积模型是对 SAR 图像数据建模

和分析的常用工具。根据这个模型,可以导出许多描述精细的分布,如 K 分布、G 分布和  $\beta'$  分布等等。同时这个模型也指出了斑点抑制的终极目标,那就是把反映目标电磁散射强度的信息  $\sigma$  从受相干斑噪声污染的观测数据  $I$  中提取出来。

上述内容针对的是单通道数据,对于多极化数据,斑点乘积模型依然成立,只要把标量的乘积模型扩展到矢量即可,这里又有两种方式:一种是假设不同极化态下目标 RCS 都相同(式(1)中的  $\sigma$  用一个标量表示),另一种则假设不同的极化态对应于目标不同的 RCS(式(1)中的  $\sigma$  用一个对角阵表示)<sup>[18,19]</sup>。令极化测量得到的散射矩阵为

$$S = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \quad (2)$$

对于互易介质,  $S_{HV} = S_{VH}$ ,由余下的 3 个元素构成一个测量矢量

$$X = [S_{HH} \quad S_{HV} \quad S_{VV}]^T \quad (3)$$

对于第 1 种情况,一种常用的模型是极化测量矢量  $X$  为一个服从 Gamma 分布的反映目标 RCS 强弱和起伏的标量纹理因子  $\sqrt{t}$  与一个服从高斯分布的代表斑点噪声的复矢量  $V = [v_{HH} \quad v_{HV} \quad v_{VV}]^T$  的乘积:  $X = \sqrt{t}V$ 。这个模型假定不同极化态下的纹理信息完全一样,而实际上,不同的极化态下所获得的目标纹理信息有时是不一样的,这就需要考虑对应于第 2 种情况的更一般的模型。对于第 2 种假设,令 HH(水平(H)极化发射/水平极化接收)、HV(垂直(V)极化发射/水平极化接收)、VV(垂直极化发射/垂直极化接收)通道下的纹理因子分别为  $\sqrt{t_{HH}}$ 、 $\sqrt{t_{HV}}$  和  $\sqrt{t_{VV}}$ ,则极化测量矢量为  $X = TV$ ,其中,矩阵  $T = \text{diag}\{\sqrt{t_{HH}}, \sqrt{t_{HV}}, \sqrt{t_{VV}}\}$  为纹理矩阵。

## 3 SAR 图像斑点抑制的评估准则

为了对各种斑点抑制算法进行科学的比较,需首先建立一套斑点抑制算法的评估准则。在已有文献中已提出了若干种评价准则<sup>[1,20-23]</sup>,归纳起来主要体现在以下几个方面:(1)对斑点的抑制程度;(2)对边缘锐度的保持;(3)对线、点目标对比度的保持;(4)对纹理信息的保持;(5)对均匀区均值的保持;(6)极化信息的保持;(7)计算效率。另外,有时还需考虑斑点滤波后,图像中是否产生了伪目标或伪结构。下面介绍几种常用的评估指标。

### 3.1 斑点抑制效果的评估

评估相干斑抑制程度最常用的一种指标是等效视数(ENL),等效视数越大,表明图像的相干斑越弱,可解译性越好。其定义为

$$ENL = (m/s)^2 \quad (4)$$

式中, $m$ 、 $s$ 分别为图像某均匀区域的均值和标准差。 $1/\sqrt{ENL}$ 称为变异系数(coefficient of variation, CV),也常用来作为评价指标。另一个常用的衡量斑点抑制程度的指标是图像的辐射分辨率 $R$ ,其定义为

$$R = 10\lg[(m+s)/s] \quad (5)$$

辐射分辨率也要在一个均匀区域测量得到。 $R$ 越大,表明斑点抑制效果越好。

### 3.2 边缘细节信息的保持

在 SAR 图像解译中,常常需要对边缘进行准确的提取(如机场、道路、建筑物等的边缘、轮廓提取),因此在斑点滤波过程中,很好地保持边缘细节信息至关重要。一种常用的评价边缘保持程度的指标是边缘增强指数(edge enhancement index, EEI)<sup>[22,23]</sup>。人为确定 $M$ 个明显边缘的位置,在每个边缘两侧各取一个邻域 $R_{k1}$ 、 $R_{k2}$ (对第 $k$ 个边缘)。记原始图像中 $R_{k1}$ 、 $R_{k2}$ 的灰度均值分别为 $m_{k1}$ 、 $m_{k2}$ ,滤波后的灰度均值分别为 $m'_{k1}$ 、 $m'_{k2}$ ,则边缘增强指数定义为

$$EEI = \frac{\sum_{k=1}^M |m'_{k1} - m'_{k2}|}{\sum_{k=1}^M |m_{k1} - m_{k2}|} \quad (6)$$

容易看出,如果图像没有经过任何处理,则 $EEI = 1$ ;如果斑点抑制后 $EEI > 1$ ,则表明边缘得到锐化,边缘信息得到增强;如果斑点抑制后 $EEI < 1$ ,则表明边缘受到平滑,边缘信息减弱了。

### 3.3 极化信息的保持

多极化数据能提供比单极化数据更多的有用信息,可为 SAR 图像的解译带来很多好处,因此在斑点抑制时应尽可能地保持极化信息。为了评价斑点抑制前后极化信息的保持情况,一种常用的手段是比较图像处理前后的目标极化特征图<sup>[24,25]</sup>。极化特征图是收发天线不同极化组合下的回波功率图。令 $J_t(\psi_t, \chi_t)$ 为天线发射电磁波的 Stokes 矢量, $J_r(\psi_r, \chi_r)$ 为接收电磁波的 Stokes 矢量,其中, $t$ 、 $r$ 分别表示发射和接收, $(\psi_j, \chi_j)$ ( $j = t, r$ )为电磁波的极化几何参数,则接收电磁波的功率为

$$P_r(\psi_r, \chi_r, \psi_t, \chi_t) = k(\lambda, \theta, \phi) \cdot J_r^T \cdot \mathbf{K} \cdot J_t \quad (7)$$

式中, $k(\lambda, \theta, \phi)$ 为与天线有效面积和波阻抗有关的常数, $\mathbf{K}$ 为目标的 Stokes 矩阵。如果只关心接收功率的相对值,则可以省去 $k(\lambda, \theta, \phi)$ ,使计算得到简化。利用式(7)可以计算收发天线任意有效极化组合下的接收功率。当收发天线极化态相同即 $\psi_r = \psi_t$ 且 $\chi_r = \chi_t$ 时,称这种组合为同极化,当收发天线极化态相反即 $\psi_r = \psi_t \pm \pi/2$ 且 $\chi_r = -\chi_t$ 时,称这种组合为交叉极化。此时,可以在一个3维空间中做出不同极化组合下的接收功率图,即极化特征图,前一种情况称同极化特征图,后一种情况称交叉极化特征图。由于目标的极化信息完全包含在其 Stokes 矩阵之中,而极化特征图由目标 Stokes 矩阵确定,是发射和接收天线不同极化组合下的回波功率图,因此能表征目标的极化信息。

## 4 多极化 SAR 图像斑点抑制算法

多极化数据最常用和最简单的斑点抑制方法是多视处理,具体操作是利用一个窗对协方差阵或相干阵进行简单的平均处理。多视能较好地保持数据极化信息,但由于没有对像素属性进行任何判断,平滑了边缘,一定程度上降低了图像的质量。

根据滤波准则的不同,早期的斑点抑制算法大体可分为极化白化滤波、最优权值滤波以及最优纹理估计3类,后面的许多算法都是在这些算法基础上的修正和改进。

### 4.1 极化白化滤波器(PWF)

#### 4.1.1 基本原理

极化白化滤波<sup>[26]</sup>算法是先对极化测量矢量做白化滤波,去除极化通道间的相关性,然后求取白化后矢量的总功率,以此来对斑点进行抑制。对于互易介质,极化测量矢量为 $\mathbf{X} = [S_{HH} \quad S_{HV} \quad S_{VV}]^T$ 。极化白化滤波的基本思想是考虑如何通过测量元素 $S_{HH}$ 、 $S_{HV}$ 和 $S_{VV}$ 的最优组合来构造一幅图像 $y$ ,使其斑点抑制程度最大。这里的构造方式为

$$y = \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{A}$ 为一个 Hermitian 对称非负定矩阵,目标是寻找一个最优的权矩阵 $\mathbf{A}_{opt}$ ,使得组合后图像 $y$ 的标准差与均值之比 $s/m$ 最小。根据等效视数 $ENL$ 和辐射分辨率 $R$ 的定义,可以看出, $s/m$ 的减小相当于 $ENL$ 和 $R$ 的提高。可以推导出,最优的权矩阵 $\mathbf{A}_{opt} = \Sigma_c^{-1}$ ( $\Sigma_c$ 为极化协方差阵),这表示对极化测量

矢量  $\mathbf{X}$  进行白化处理,使有色噪声变成白噪声,然后求白化后矢量  $\Sigma_c^{-1/2}\mathbf{X}$  的总功率。

#### 4.1.2 性能分析

把 PWF 与 span(极化总功率合成)相比,前者考虑了 HH 通道和 VV 通道间的相关性,能获得相当于三视处理的相干斑抑制效果。考虑 3 通道强度数据的加权和  $y = |S_{HH}|^2 + k_2 |S_{HV}|^2 + k_3 |S_{VV}|^2$ , 则使  $s/m$  最小的权值  $k_2 = 1 + |\rho|^2/\varepsilon$  ( $\rho$  为 HH 通道和 VV 通道间的相关系数),  $k_3 = 1/\gamma$  ( $\gamma = E\{|S_{VV}|^2\}/E\{|S_{HH}|^2\}$ )。当  $\rho = 0$  时, HH 通道与 VV 通道不相关,强度加权合成与 PWF 一样;当  $\rho \rightarrow 1$  时,  $|S_{HH}|^2$  与  $|S_{VV}|^2$  趋于相等,此时  $s/m \rightarrow 1/\sqrt{2}$  (-3dB), 相当于两视独立杂波图像的非相干叠加。极化总功率合成是通道强度数据加权合成  $k_2 = 2, k_3 = 1$  时的特例。

从滤波器的推导过程及上述分析可以看出,利用 PWF 能够获得最佳的斑点抑制效果,但由于 PWF 是对各极化通道数据进行组合来得到一幅去斑图像,滤波后数据丢失了极化信息,这会对后续的极化分割、分类等处理带来不便。此外,滤波过程要对复数据进行,需要的计算量和存储量比较大。

#### 4.1.3 算法改进

针对原始的极化白化滤波不适用于多视复数据的缺陷, Lopes, Sery 和 Liu 等人把 PWF 推广到多视复数据的情况,得到多视极化白化滤波器(MP-WF)<sup>[13,27-29]</sup>。极化白化滤波又被推广到了多通道的情况,得到多通道白化<sup>[30-32]</sup>。文献[30]把多通道白化用于 NASA/JPL UHF 波段、L 波段和 C 波段的 SAR 图像数据,并对实验结果进行分析和比较,发现虽然多通道白化后,目标杂波比会有所下降(这主要是因为白化去除了通道间目标数据的相关性,损失了部分目标功率),但与原始数据相比,杂波标准差的减少还是提高了检测性能,斑点抑制效果是显著的。除了多视极化白化滤波和多通道白化之外,针对 PWF 仅能输出一幅强度图像的缺陷,有人又对 PWF 进行改进,得到可以输出各个极化通道强度图像的 PWF<sup>[33]</sup>。针对传统 PWF 中参数估计方法的缺陷,文献[34]中提出了增强的自适应边缘检测算法。

如上所述,针对极化白化滤波的缺陷出现了一系列改进算法,但遗憾的是,这些算法虽然能不同程度地提高滤波器的性能,但由于极化白化滤波的基本原理限制,它们都不能很好地保持数据的极化

属性。

## 4.2 最优权值滤波器——Lee 方法

### 4.2.1 基本原理

最优权值滤波<sup>[18]</sup>是利用通道间的极化差异来进行斑点抑制,与极化白化滤波的区别主要在于后者不但不利用极化通道间的相关性,反而要去除这种相关性,而前者则很好地利用了这种相关性。令

$$z_i = x_i v_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

式中,  $i = 1, 2, 3$  分别代表 HH、HV 和 VV 通道,  $z_i$  表示幅度或强度图像数据,  $x_i$  为反射系数,  $v_i$  为单位均值、标准差为  $\sigma_v$  的噪声。为了实现斑点抑制,定义 HH、HV 和 VV 通道数据的线性组合:

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = (z_1 + az_2/\varepsilon + bz_3/\gamma)/(1 + a + b) \\ \hat{x}_2 = \varepsilon \hat{x}_1 \\ \hat{x}_3 = \gamma \hat{x}_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $a$  和  $b$  为加权系数,选择最优的  $a, b$  使  $J = E[(\hat{x}_1 - x_1)^2]$  最小,  $\varepsilon$  和  $\gamma$  用于补偿 HH、HV 和 VV 通道图像间的反射系数。对于均匀区域,  $x_i = E[x_i]$ , 可以推导出:

$$\begin{cases} a = \frac{(1 - \rho_{13})(1 - \rho_{23} + \rho_{13} - \rho_{12})}{(1 - \rho_{23})(1 + \rho_{23} - \rho_{13} - \rho_{12})} \\ b = \frac{(1 - \rho_{12})(1 - \rho_{23} - \rho_{13} + \rho_{12})}{(1 - \rho_{23})(1 + \rho_{23} - \rho_{13} - \rho_{12})} \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\rho_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) 表示通道  $i$  和  $j$  间的相关系数。

最优权值滤波是利用通道间极化差异来进行的斑点滤波,在这种滤波完成之后,还可以对图像做空间域的斑点抑制。考虑到这一点,在文献[18]中, Lee JS 等人提出了一种能同时在极化域和空间域对斑点进行抑制的矢量滤波器。根据式(9),令  $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ ,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ , 则得  $\mathbf{z} = \mathbf{V}\mathbf{x}$ , 这里  $\mathbf{V} = \text{diag}\{v_1, v_2, v_3\}$ 。采用线性滤波器,则  $\mathbf{x}$  的估计  $\hat{\mathbf{x}}$  可表示为  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{z}$ , 其中,  $\bar{\mathbf{x}}$  为小窗内的局部均值,  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  为  $3 \times 3$  矩阵,选择  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  使  $E[\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2]$  最小,则得  $\hat{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{M}\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}})$ , 其中,  $\mathbf{M} = \text{Cov}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{P} = \text{Cov}(\mathbf{z})$ ,  $\text{Cov}()$  表示协方差矩阵。这种线性滤波器也可称为最优权矩阵滤波器。

### 4.2.2 性能分析

在单视情况下,如果  $\rho_{12} = \rho_{23} = 0$  (同极化通道和交叉极化通道间不存在相关性),且 HH、HV 和 VV 通道复数据服从圆复高斯分布(circular complex Gaussian)时,由式(10)得到的最优权值滤波器就是 PWF,然而 PWF 需要对复图像进行操作,且需要更

大的计算量和存储量。最优权值算法没有通道间的独立性假设,容易扩展到  $n(n > 3)$  幅图像的情况。实验结果表明,同时利用 P、L 和 C 3 个频段图像,斑点抑制可达到 6 视的效果。

最优权值滤波是利用乘性噪声模型和通道间极化差异来进行的斑点滤波,可以得到 3 个通道的极化幅度或强度数据,并且在一定的条件下斑点抑制效果可以达到 PWF 的水平,但跟 PWF 一样,没能对协方差阵所有的 9 个元素进行处理,会损害极化信息,对后续的极化分割、分类等处理带来不便。

#### 4.2.3 算法改进

针对最优权值滤波没有对协方差阵次对角线元素进行滤波的缺陷,Goze 和 Lopes 针对单视图像把 Lee 的最优权矩阵滤波器推广到了 6 维矢量 ( $|HH|^2, |HV|^2, |VV|^2, HH \cdot HH^*, HH \cdot HV^*, HV \cdot VV^*$ , 这里 \* 表示共轭) 的情况<sup>[14]</sup>, 这样可以获得相位信息,但滤波后 HH、HV、VV 通道间的相关性改变了,不能真正地保持极化信息。在 Lee、Goze 和 Lopes 等人工作的基础上,Touzi 和 Lopes 把斑点的乘性模型用于 Mueller 矩阵的所有元素,提出了一种最小均方误差 (MMSE) 滤波器<sup>[10]</sup>, 该滤波器能得到 Mueller 矩阵的 MMSE 估计,可用于单、多视数据及互易目标的情况,但依然不能很好地保持极化信息。

从极化白化滤波到最小均方误差滤波,主要的缺陷是引入了通道串扰 (cross-talk), 没能很好地保持极化测量属性,另外,通道间统计独立性的使用也改变了统计相关性。为了避免串扰,协方差矩阵的每一个元素都应独立地进行滤波。为了保持极化特征,协方差阵的每一个元素都应用同一种方式滤波,这类类似于平均像素周围协方差阵的多视处理,但没有模糊边缘的缺陷,或降低图像质量。为此, Lee 等人利用沿边缘方向的非方形窗,同时运用局部统计滤波器,提出了自适应的最优权值滤波器。这种滤波器对协方差阵或相干阵的每一个元素平等独立地进行滤波,能比较好地保持极化属性<sup>[14,35]</sup>。在这个算法的基础之上, Lopez-Martinez 和 Fabregas 又提出了一种修正算法<sup>[16]</sup>, 该算法利用乘性噪声和加性噪声之和对次对角线元素进行描述 (混合的量决定于相关系数), 得到了一种对次对角线元素进行滤波的新技术。

### 4.3 最优纹理估计器

#### 4.3.1 基本原理

最优纹理估计<sup>[13]</sup>的基本思想是充分利用纹理

的先验信息和斑点乘积模型,对纹理进行最大似然 (ML)、最小均方误差 (MMSE) 或最大后验概率 (MAP) 估计,从而实现对斑点的抑制。在讨论几种最优纹理估计器之前,先给出估计用到的乘积模型。令  $\mathbf{X}$  为极化测量矢量,  $\mathbf{C}_X^h$  为均匀 (homogeneous) 区域的协方差矩阵。对于多视的分辨单元,用  $L$  个单视均匀分辨单元协方差矩阵  $\mathbf{C}_{X,k}^h$  的加权和来对  $L$  视的协方差矩阵进行建模:

$$\mathbf{C}_X = \frac{\sum_{k=1}^L \mu_k \mathbf{C}_{X,k}^h}{L} \quad (12)$$

式中,  $\mu$  是纹理随机变量相对于均值的比率。归一化纹理的理论均值为  $\bar{\mu} = 1$ 。如果纹理起伏范围较大,或者与多视单元尺寸大小相等,则不同视的  $\mathbf{C}_{X,k}^h$  相等,在这种情况下,乘积模型有效:

$$\mathbf{C}_X = \mu \mathbf{C}_X^h \quad (13)$$

这意味着极化属性是一些等效的高斯 (均匀) 表面。当起伏范围较小时,足够多的视数允许对  $\mathbf{C}_X$  做高斯逼近,因此对多视极化数据而言,乘积模型是合理的,这一点由经验可以证明,波长较长的时候例外。

#### (1) ML 纹理估计器

$$\hat{\mu}_{ML} = \text{tr}((\mathbf{C}_X^h)^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_X) / p \quad (14)$$

式中,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的求迹运算,  $p$  为极化测量矢量的元素个数 (对于互易介质  $p = 3$ ),  $\boldsymbol{\Sigma}_X$  为  $L$  视样本协方差矩阵。这个 ML 估计是无偏的。若  $\mu$  为 Gamma 分布  $\Gamma(\mu | \bar{\mu}; \alpha)$  (这里  $\alpha$  为分布的方差与均值的平方之比,可表征纹理的均匀程度), 则  $\hat{\mu}_{ML}$  服从 K 分布。可以证明,这个无偏估计的方差  $\text{var}(\hat{\mu}_{ML}) = \mu^2 / Lp$  能达到 Cramer-Rao 下限,且变异系数达到最小值  $1 / \sqrt{Lp}$ 。ML 估计器是纹理的有效估计器。

#### (2) MMSE 纹理估计器

$$\hat{\mu}_{MMSE} = L \text{tr}((\mathbf{C}_X^h)^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_X) / (Lp + 1) \quad (15)$$

这个估计是有偏的。其变异系数为  $1 / \sqrt{Lp}$ , 达到了 ML 估计变异系数的最小值。因此, ML 估计器和 MMSE 估计器在斑点抑制上是完全等效的。与 ML 估计器一样, MMSE 估计也是有效估计。

#### (3) K 分布杂波的 Gamma-MAP 估计器

假设纹理服从 Gamma 分布  $p_\mu(\mu) = \Gamma(\mu | \bar{\mu}; \alpha)$ , 表面服从 K 分布,可推导出  $\mu$  的 Wishart Gamma-MAP 估计器为

$$\hat{\mu}_{GAMP} = \bar{\mu}(\alpha - Lp - 1) / 2\alpha + \bar{\mu} \sqrt{(\alpha - Lp - 1)^2 + 4\alpha \text{Ltr}((\mathbf{C}_X^h)^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_X) / \bar{\mu} / 2\alpha} \quad (16)$$

这是单通道到  $p$  通道  $L$  视 Gamma-Gamma-MAP 滤波器和单通道到  $p$  通道  $L$  视高斯 Gamma-MAP 滤波器的推广。进一步,可得

$$\hat{\mu}_{\text{GAMP}} = \bar{\mu}(\alpha - Lp - 1)/2\alpha + \bar{\mu} \sqrt{(\alpha - Lp - 1)^2 + 4\alpha Lp \hat{\mu}_{\text{ML}}/\bar{\mu}}/2\alpha \quad (17)$$

#### (4) 最大熵纹理估计器

K 分布杂波的 Gamma-MAP 估计器,用到的先验信息是待估计量的概率密度函数,如果已知的只是待估计量取值范围、均值、方差或高阶矩等先验信息,则有必要先通过某种途径获得概率密度函数,然后再利用概率密度函数做 MAP 估计。根据已知限定条件获取概率密度函数的一种途径是最大熵 (maximum entropy, ME) 法。根据 ME 法,如果没有任何限制,但知道  $\mu$  的取值范围  $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$ , 则 ME 概率密度函数是  $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$  上的均匀分布,若  $\mu_{\min}$  为 0,  $\mu_{\max}$  为无穷,则 ME-MAP 估计器即为 ML 估计器;若仅知道待估计量  $\mu$  的均值  $\bar{\mu}$ , 则 ME-MAP 估计为  $\alpha = 1$  时的 Gamma-Gamma-MAP 估计;若仅知道纹理方差,此时得不到纹理估计简单的解析解,但可以用标量 LMMSE (线性最小均方误差) 估计器得到一个非最优的简单解析解,这个估计器适合于空间自适应斑点滤波,可用于非均匀区域斑点滤波。除了这些情况,文献[13]中还讨论了已知变化范围的 Beta-MAP 估计器和已知均值对数的 Gamma-MAP 估计器,二者采用的都是最大熵法。

上面讨论的几种纹理估计器都是标量纹理估计器,这类估计器的一个缺陷是没有兼顾到斑点和纹理的空间相关性。为此, Lopes 和 Sery 在文献[13]中提出一种已知二阶矩统计量的矢量 LMMSE 估计器,该估计器是无偏的,并且同时考虑了斑点和纹理的空间相关性。当像素不相关时,矢量滤波器变成  $N$  个独立的标量滤波器。另外,在该文献中, Lopes 和 Sery 对均匀协方差矩阵进行了估计,提出了自适应的纹理估计器。

#### 4.3.2 性能分析

在最优纹理估计器提出之前,存在着几种最优的极化数据斑点抑制技术,如针对多视数据的 LMMSE 矢量滤波<sup>[10-12, 18, 36, 37]</sup>或最优加权(如针对单视复数据的 PWF)。这些方法大都没有利用先验的纹理分布。可以发现 Lee 的最优权值滤波有纹理估计的影子,但也没有利用纹理先验分布。最优纹理估计最大的优点是充分利用了纹理的先验信息,能较好地保持纹理特征。纹理估计另外一个显著的

特点是充分利用了斑点乘积模型,很明显,乘积模型是纹理估计的前提。一般来说,当场景纹理有大的变化范围,且与极化态独立时,乘积模型有效,如 K 分布杂波。实验结果表明,最优纹理估计技术能很好地抑制斑点。但从前面的估计表达式发现,最优纹理估计充分利用极化通道间的相关性,最后只得一幅纹理图像,与极化白化滤波和原始的最优权值滤波一样,损失了数据的极化信息。

#### 4.3.3 算法改进

到目前为止,最优纹理估计的改进算法并不是很多,在极化信息的保持上也没有很好的改进。典型的算法有:利用多纹理假设和斑点乘性模型, Pi 等人提出了多纹理最大似然估计算法<sup>[19]</sup>,利用该算法,可以得到单、多视情况下各个极化通道的纹理估计;文献[38]给出了利用一种分布熵 (distribution-entropy) 得到最大后验概率斑点滤波器。

### 4.4 斑点抑制新技术

随着应用数学理论的不断发展和广泛应用,近几年出现了一些比较新的斑点抑制技术。在多极化领域,比较新的技术主要包括以下几种:一是基于模拟退火的方法;二是基于像素分类的方法;三是基于极化分解理论的方法。

#### 4.4.1 基于模拟退火的斑点抑制

基于模拟退火 (simulated annealing) 的斑点抑制是一种最优化方法,早在 20 世纪 90 年代中期便被用于单通道 SAR 图像的斑点抑制中<sup>[39]</sup>,但把模拟退火法用于多极化 SAR 图像恢复还是 21 世纪初的事。2001 年,在 White、McConnell、Oliver 和 Quegan 等人工作的基础之上<sup>[1, 39-41]</sup>, Schou 和 Skriver 提出了基于模拟退火的估计协方差矩阵的极化滤波算法<sup>[42]</sup>。该算法基本思想是利用贝叶斯方法,用一个随机场来描述图像,于是图像恢复问题变成一个估计问题。因为单个像素的值一般依赖于周围的像素值,而 MRF (马尔可夫随机场) 能描述空间独立性,所以选用 MRF。由于 MRF 服从 Gibbs 分布,估计问题可以表示成能量最小问题,这个问题可通过随机张弛算法 (模拟退火) 求解。这种方法在理论上比较诱人,但实验结果表明其斑点抑制效果并不是很好,同时,极化信息保持较差,特征保持指数 (Feature Preserving Index, FPI)<sup>[43]</sup> 较低。

#### 4.4.2 基于像素分类的斑点抑制

基于像素分类的斑点抑制就是针对具有某种属性的像素进行滤波,使得滤波以后这些像素仍然具

有相同的属性。这种方法在 Lee 等人<sup>[14,30]</sup>利用沿边缘走向的滤波算法中已经有所体现。在文献<sup>[28]</sup>中, Yoon 和 Kim 采用一种比较特殊的窗, 提出了一种基于像素分类的斑点抑制算法。不久, Lee 等人<sup>[15]</sup>利用极化散射分类, 提出了一种能保持像素散射特性的斑点滤波器, 其基本原理是选择具有相同散射特性的像素做平均。为了实现这个目的, 算法首先运用 Freeman、Durdan 分解把像素分为 3 类散射(表面散射、偶次散射和体散射), 然后用无监督分类方法进行分类, 最后用分类后的图像作为掩模(mask)对原图像进行斑点滤波: 设当前欲处理的像素位于一个  $9 \times 9$  窗口中心, 根据分类结果, 参与滤波的像素仅为与中心像素属于同一类的像素及属于同一散射机制的相邻两类像素。这种算法能保持像素散射特性以及极化间的相关性, 还可以扩展到极化干涉 SAR 数据相关性的估计中。在 Yoon 和 Lee J S 等人工作的基础上, Lee K Y 和 Bretschneider 结合结构检测, 提出了两种新的斑点滤波算法<sup>[43]</sup>, 这两种方法能比较好地抑制斑点, 同时还能比较好地保持图像的结构信息和极化散射属性。

#### 4.4.3 基于极化分解的斑点抑制

基于极化分解的方法与基于像素分类的方法常常是结合在一起的, 如上一节提到的 Lee J S 等人的方法。利用极化分解而不考虑像素分类的斑点抑制方法目前还比较少, 值得一提的是 Gu 和 Yang 等人提出的基于子空间分解的极化 SAR 数据斑点滤波方法<sup>[44]</sup>。该方法以 Cloude 散射协方差矩阵的特征值/特征矢量分解为基础, 考虑了窗内有多个目标的情况。在这种方法中, 像素用高维参数矢量来描述, 求出矢量的协方差矩阵, 然后把它分解为两个子阵, 对应的列空间(column spaces)分别代表“信号子空间”和“噪声子空间”, 去斑后的信息可从“信号子空间”获得。这种方法能比较好地对斑点进行抑制, 同时很好地保持原始数据的极化属性, 但由于要对矩阵进行特征分解, 运算量比较大。

## 5 结 论

主要针对多极化 SAR 图像的斑点抑制, 归纳总结了近十几年来国内外的斑点抑制算法。这些算法包括极化白化滤波、最优权值滤波、最优纹理估计, 以及在这些算法基础上的改进算法, 另外还介绍了

一些新技术。在所有这些算法中, 斑点抑制效果比较好同时图像信息保持(主要是极化信息和结构信息)得也比较好的算法主要有 Lee Jong-Sen 等人提出的自适应最优权值滤波算法、基于极化散射分类的斑点滤波算法, 以及 Lee Ken Yoong 等人提出的基于结构检测和散射属性保持的斑点滤波算法, 等等。

值得进一步从事的研究及多极化 SAR 图像斑点抑制算法未来可能的发展趋势如下:

(1) 斑点机理研究 SAR 图像的斑点是由散射体回波的相干叠加形成的, 这一点已经得到学术界的公认, 但是斑点对目标散射机制会造成怎样的影响(即回波的相干叠加与散射体真实散射机制之间的关系问题), 以及斑点乘积模型是否还有修正的必要, 都值得进一步的探讨。

(2) 基于极化分解的斑点抑制 极化分解就是把目标散射矩阵、协方差矩阵、相干矩阵或 Mueller 矩阵分解成可代表不同散射机制的矩阵组合。目前已有的极化分解方法很多<sup>[45]</sup>。利用极化分解, 如果能通过某种准则判断出分解后的某些成分是由斑点引起, 那么去除掉这些成分后, 斑点抑制的目的也就实现了。

(3) 结合极化散射分类和结构检测的斑点抑制 基于极化散射分类的方法可以有效地保持极化信息, 而基于结构检测的方法可以有效地保持结构信息。如何有效地把二者结合起来, 同时又能很好地抑制斑点, 值得进一步的探讨。

除了上述 3 个方面, 随着遥感信息技术、电磁理论以及应用数学理论不断发展, 必将还会出现一些新颖有效的途径。目前一种比较成熟的且应用广泛的技术是多分辨分析和小波变换, 这种方法有相当于傅里叶分析中 FFT 的快速算法, 在图像去噪和数据压缩领域成绩显著, 但到目前为止, 该方法多用于单极化图像的斑点抑制<sup>[9]</sup>, 在多极化图像的斑点抑制中用得还比很少<sup>[46]</sup>, 能否在多极化图像中取得好的效果, 有赖于进一步的研究和努力。

## 参考文献 (References)

- 1 Oliver C, Quegan S. Understanding Synthetic Aperture Radar Images [M]. Boston, MA: Artech House, 1998: 77 ~ 92.
- 2 Kuan D T, Sawchuk A A, Strand T C, et al. Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1985, 7(2): 165 ~ 177.

- 3 Frost V S, Stiles J A, Shanmugan K S, *et al.* A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1982, **4**(2): 157 ~ 165.
- 4 Yoon Sang-Ho, Kim Young-Soo. Classified pixel-based windowing algorithm for polarimetric SAR speckle filtering[J]. Electronics Letters, 2003, **39**(1): 115 ~ 116.
- 5 Lee J S. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1980, **2**(2): 165 ~ 168.
- 6 Lopes A, Nezry E, Touzi R, *et al.* Maximum a posteriori speckle filtering and first order texture models in SAR images[A]. In: Proceedings of IGARSS'90[C], Washington, D C, USA, 1990: 2409 ~ 2412.
- 7 Lopes A, Touzi R, Nezry E. Adaptive speckle filters and scene heterogeneity[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1990, **28**(6): 992 ~ 1000.
- 8 Baraldi A, Parmiggiani F. A modified version of the SAR speckle filter based on structure detection[A]. In: Proceedings of IGARSS'94[C], Pasadena, CA, USA, 1994: 2168 ~ 2172.
- 9 Aiuzzi B, Alparone L, Baronti S. Multiresolution local-statistics speckle filtering based on a ratio Laplacian pyramid[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, **36**(5): 1466 ~ 1476.
- 10 Touzi R, Lopes A. The principle of speckle filtering in polarimetric SAR imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1994, **32**(5): 1110 ~ 1114.
- 11 Lee J S, Grunes M R, Mango S A. Speckle reduction in multipolarization multifrequency SAR imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1991, **29**(4): 535 ~ 544.
- 12 Goze S, Lopes A. A MMSE speckle filter for full resolution SAR polarimetric data[J]. Journal of Electromagnetic Waves Applications, 1993, **7**(5): 717 ~ 737.
- 13 Lopes A, Sery F. Optimal speckle reduction for the product model in multilook polarimetric SAR imagery and the Wishart distribution[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1997, **35**(3): 632 ~ 647.
- 14 Lee J S, Grunes M R, De Grandi G. Polarimetric SAR speckle filtering and its implication for classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience. Remote Sensing, 1999, **37**(5): 2363 ~ 2373.
- 15 Lee J S, Grunes M R, Ainsworth T L, *et al.* Coherence estimation and speckle filtering based on scattering properties[A]. In: Proceedings of IGARSS'03[C], Toulouse, France, 2003: 705 ~ 707.
- 16 Lopez-Martinez C, Fabregas X. Polarimetric SAR speckle noise model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, **41**(10): 2232 ~ 2242.
- 17 Arsenault H H, April G. Properties of speckle integrated with a finite aperture and logarithmically transformed[J]. Journal of the Optical Society of America, 1976, **66**(11): 1160 ~ 1163.
- 18 Lee J S, Grunes M R, Mango S A. Speckle reduction in multipolarization, multifrequency SAR imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1991, **29**(4): 535 ~ 544.
- 19 Pi Yi-ming, Yang Xiao-bo, Liu Guo-qing. Polarimetric speckle reduction using multi-texture maximum likelihood method [J]. Electronics Letters, 2003, **39**(18): 1348 ~ 1349.
- 20 Sheng Yong-wei, Xia Zong-guo. A comprehensive evaluation of filters for radar speckle suppression[A]. In: Proceedings of International Geoscience and Remote Sensing Symposium [C], Lincoln, NE, USA, 1996: 1559 ~ 1561.
- 21 Ioannidis A, Kazakos D, Watson D D. Application of median filtering on nuclear medicine scintigram images[A]. In: Proceedings of 7<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition[C], Montreal, Canada, 1984: 33 ~ 36.
- 22 Jia Cheng-li, Kuang Gang-yao. A review of SAR speckle filtering [J]. Journal of Image and Graphics, 2005, **10**(2): 135 ~ 141. [贾承丽, 匡纲要. SAR 图像去斑方法[J]. 中国图象图形学报, 2005, **10**(2): 135 ~ 141.]
- 23 Han Chun-ming, Guo Hua-dong, Wang Chang-lin, *et al.* Edge-preserving filter for SAR Images[J]. High Technology Letters, 2003, **13**(7): 11 ~ 15. [韩春明, 郭华东, 王长林等. 保持边缘的 SAR 图像滤波方法[J]. 高技术通讯, 2003, **13**(7): 11 ~ 15.]
- 24 Lee J S, De Grandi G, Grunes M R, *et al.* Polarimetric signature preservation in SAR speckle filtering [A]. In: Proceedings of IGARSS'96[C], Lincoln, NE, USA, 1996: 1574 ~ 1576.
- 25 Zebker H A, van Zyl J J. Imaging radar polarimetry: a review[J]. Proceedings of the IEEE, 1991, **79**(11): 1583 ~ 1606.
- 26 Novak L M, Burl M C. Optimal speckle reduction in polarimetric SAR imagery [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, **26**(2): 293 ~ 305.
- 27 Liu Guo-qing, Huang Shun-ji, Torre A, *et al.* Optimal speckle reduction in multi-look polarimetric SAR image[A]. In: Proceedings of IGARSS'95[C], Lincoln, USA, 1995: 664 ~ 666.
- 28 Liu Guo-qing, Huang Shun-ji, Torre A, *et al.* The multilook polarimetric whitening filter(MPWF) for intensity speckle reduction in polarimetric SAR images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, **36**(3): 1016 ~ 1020.
- 29 Liu Guo-qing, Huang Shun-ji, Torre A, *et al.* Optimal multi-look polarimetric speckle reduction and its effect on terrain classification [A]. In: Proceedings of IGARSS'96[C], Lincoln, NE, USA, 1996: 1571 ~ 1573.
- 30 Fleischman J G, Worris M A, Ayasli S, *et al.* Multichannel whitening of SAR imagery[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, **32**(1): 156 ~ 166.
- 31 Toma M R, Vinelli F, Farina A, *et al.* Processing of polarimetric and multifrequency SAR data recorded by Maestro-1 Campaign[A]. In: Proceedings of IGARSS'91[C], Espoo, Finland, 1991: 349 ~ 351.
- 32 Verbout S M, Netishen C M, Novak L M. Polarimetric techniques for enhancing SAR imagery[A]. In: Proceeding of the SPIE Synthetic Aperture Radar[C], Los Angeles, CA, USA, 1992: 141 ~ 173.
- 33 Pi Yi-ming, Zou Qi, Huang Shun-ji. Speckle reduction of

- polarimetric SAR-Polarimetric Whitening Filter[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2002, **24**(5): 597 ~ 603. [皮亦鸣, 邹琪, 黄顺吉. 极化 SAR 相干斑点抑制——极化白化滤波器[J]. 电子与信息学报, 2002, **24**(5): 597 ~ 603.]
- 34 Liu Xiu-qing, Yang Zhen, Yang Ru-liang. Improvement research on texture-detection in full-polarization SAR image filter[A]. In Proceedings of IGARSS '03 [C], Toulouse, France, 2003: 3973 ~ 3975.
- 35 Lee J S, Grunes M R, Boerner W M. Polarimetric property preservation in SAR speckle filtering[A]. In: Proceedings of SPIE Wideband Interferometric Sensing and Imaging Polarimetry [C], San Diego, California, USA, 1997: 236 ~ 242.
- 36 Lopes A, Goze S, Nezry E. Polarimetric speckle filters for SAR data [A]. In: Proceedings of IGARSS '92 [C], Houston, TX, USA, 1992: 80 ~ 82.
- 37 Lopes A, Sery F. The LMMSE polarimetric Wishart vector speckle filter for multilook data and the LMMSE spatial vector filter for correlated pixels in SAR images [A]. In: Proceedings of IGARSS '94 [C], Pasadena, CA, USA, 1994: 2143 ~ 2145.
- 38 Nezry E, Yakam-Simen F. New distribution-entropy maximum a posteriori speckle filters for detected, complex and polarimetric SAR data [A]. In: Proceedings of IGARSS '99 [C], Philipsburg, Netherlands, 1999: 1804 ~ 1806.
- 39 White R G. A simulated annealing algorithm for radar cross-section estimation and segmentation[A]. In: Proceedings of SPIE Applications of Artificial Neural Networks [C], Orlando, FL, USA, 1994: 231 ~ 240.
- 40 McConnell I, White R G, Oliver C, *et al.* Radar cross-section estimation of SAR images[A]. In: Proceedings of SPIE SAR Image Analysis, Simulation and Modeling [C], Paris, France, 1995: 164 ~ 175.
- 41 McConnell I, Oliver C. Comparison of annealing and iterated filters for speckle reduction in SAR[A]. In: Proceedings of SPIE SAR Image Analysis, Simulation and Modeling [C], Taormina, Italy, 1996: 74 ~ 85.
- 42 Schou J, Skriver H. Restoration of polarimetric SAR images using simulated annealing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, **39**(9): 2005 ~ 2016.
- 43 Lee K Y, Bretschneider T. PolSAR speckle filtering with structural feature and scattering property preservation [A]. In: Proceedings of IGARSS '05 [C], Seoul, Korea, 2005: 332 ~ 335.
- 44 Gu Jing, Yang Jian, Zhang Hao, *et al.* Speckle filtering in polarimetric SAR data based on the subspace decomposition [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, **42**(8): 1635 ~ 1641.
- 45 Cloude S R, Pottier E. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, **34**(2): 498 ~ 518.
- 46 De Grandi G F, Lee J S, Simard M, *et al.* Speckle filtering, segmentation and classification of polarimetric SAR data: a unified approach based on the wavelet transform [A]. In: Proceedings of IGARSS '00 [C], Ispra, Italy, 2000: 1107 ~ 1109.